

02-05 Triangles semblables

Définition

Deux triangles sont **semblables** quand l'un est l'agrandissement de l'autre, à un retournement près.

On parle d'éléments **homologues** pour désigner les correspondances entre deux figures semblables.

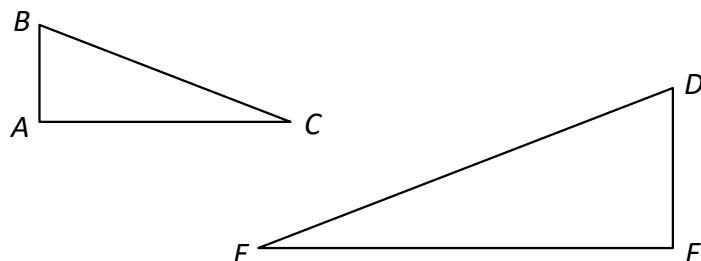
Exemple

Les triangles ABC et DEF sont

les sommets A et F sont

les côtés $[AB]$ et sont homologues.

les angles $\widehat{ACB}$ et sont homologues.



Propriété caractéristique

Deux triangles sont semblables si et seulement si leurs angles sont deux à deux de même mesure.

Remarque

Quand les homologues sont de même longueur, on parle de triangles **égaux** ou **isométriques**.

Propriétés

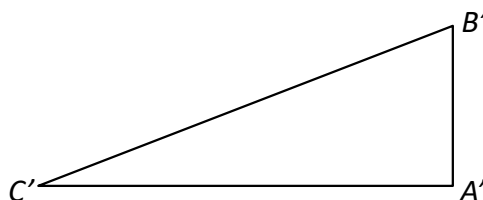
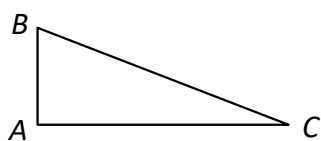
Pour que les triangles ABC et $A'B'C'$ soient semblables (avec A' , B' et C' les sommets homologues respectifs de A , B et C) il suffit que l'une des conditions suivantes soit vraie :

- les longueurs des côtés de l'un sont aux longueurs des côtés de l'autre :

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}.$$

- on a deux égalités d'angles homologues : $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$ et

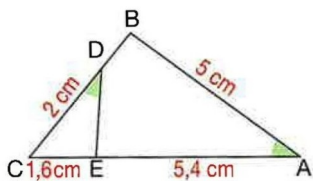
- on a une égalité d'angles homologues avec, en plus, le même coefficient d'agrandissement pour chaque côté de cet angle : $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$ et =



02-05 Applications du cours

1.

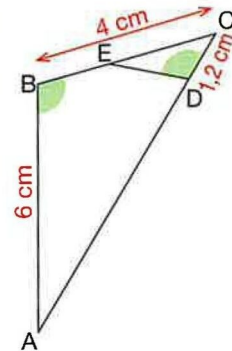
Les points C, D, B sont alignés ainsi que les points C, E, A.



- Démontrer que les triangles ABC et CDE sont semblables. Préciser les sommets et côtés homologues.
- Calculer les longueurs CB et DE. Si utile, donner une valeur approchée au dixième près.

2.

ABC est un triangle tel que $AB = 6$ cm et $BC = 4$ cm. D est le point du côté [AC] tel que $CD = 1,2$ cm. E est le point du côté [BC] tel que $\widehat{CDE} = \widehat{ABC}$.



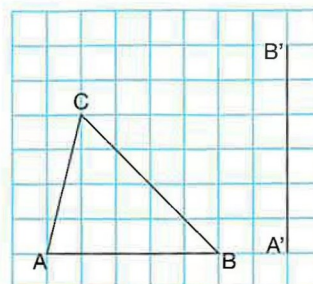
- Démontrer que les triangles ABC et CDE sont semblables.
- Indiquer les sommets et les côtés homologues.
- Calculer la longueur ED.

3.

	a	b	c
Un triangle semblable au triangle ABC est le triangle ...			
IJK est un triangle isocèle en I tel que $IJ = 5$ cm et $JK = 4$ cm. LMN est un triangle semblable à IJK avec J et M homologues, ainsi que K et N. On sait que $MN = 14$ cm. Alors ...	LM = 14 cm	LM = 15 cm	LM = 17,5 cm
ABC est un triangle tel que : $AB = 6$ cm, $BC = 5$ cm, $CA = 9$ cm. Un triangle semblable à ABC est le triangle ...	DEF tel que $DE = 8$ cm, $EF = 7$ cm, $DF = 11$ cm	GHI tel que $GH = 12,6$ cm, $HI = 8,4$ cm, $IG = 7$ cm	JKL tel que $JK = 7,2$ cm, $KL = 6$ cm, $LJ = 9,9$ cm
FAR et SUN sont deux triangles semblables tels que $\frac{FA}{UN} = \frac{RA}{US} = \frac{RF}{NS}$. Alors ...	$\widehat{FAR} = \widehat{SUN}$	$\widehat{AFR} = \widehat{USN}$	$\widehat{FRA} = \widehat{SNU}$

4.

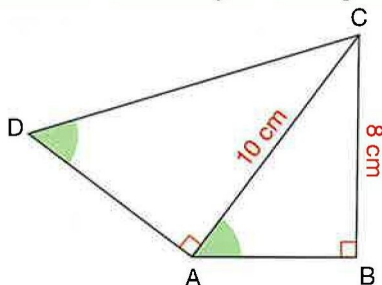
- Reproduire cette figure sur du papier quadrillé.



- C' est un point tel que les triangles A'B'C' et ABC sont semblables, A et A' étant deux sommets homologues de même que les points B et B'. Sans utiliser les graduations de la règle ou de l'équerre, construire un tel point C.

5.

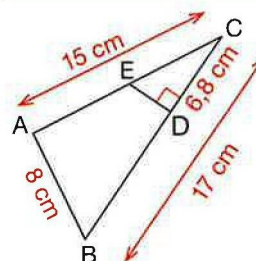
ABC et DAC sont deux triangles rectangles.



- Pourquoi ces triangles sont-ils semblables ?
- Calculer la longueur AB.
- Calculer les longueurs AD et DC.

6.

Sur cette figure, les droites (AE) et (BD) se coupent en C.



- Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
- Calculer le périmètre du triangle CDE.